

# Zusammenfassung

*Zur Existenztheorie nichtlokaler nichtlinearer Evolutionsgleichungen  
mit Anwendung in der Peridynamik*

von Dimitri Puhst

Gegenstand der Arbeit ist der Nachweis der Lösbarkeit von Anfangswertproblemen für nichtlokale, nichtlineare Evolutionsgleichungen. Vorrangig dienen die Existenzsätze der Anwendung auf das peridynamische Anfangswertproblem, dessen Bewegungsgleichung eine nichtlokale, nichtlineare Evolutionsgleichung zweiter Ordnung ist. Es werden die folgenden Resultate bewiesen.

- (I) Das nichtlineare peridynamische Anfangswertproblem besitzt eine eindeutige klassische Lösung, sofern die paarweise Kraftfunktion geeigneten LIPSCHITZ-Bedingungen genügt. Je nach Voraussetzung existiert die Lösung nur lokal oder global in der Zeit.
- (II) Die Modellierung irreversibler Bindungsbrüche in der Peridynamik führt zu Anfangswertproblemen mit VOLTERRA-Operatoren. Genügt die paarweise Kraftfunktion gewissen LIPSCHITZ- und Beschränktheitsbedingungen, existiert genau eine klassische Lösung des auf VOLTERRA-Operatoren verallgemeinerten, nichtlinearen peridynamischen Anfangswertproblems.
- (III) Mittels des Grenzwerts verschwindender Nichtlokalität wird zu einer Folge peridynamischer Energien die Energie eines Materials bezüglich der klassischen, lokalen Elastizitätstheorie identifiziert.
- (IV) Unter Wachstums- und Koerzitivitätsbedingungen an eine im ersten Argument stark singuläre paarweise Kraftfunktion existiert global eine schwache Lösung des nichtlinearen peridynamischen Anfangswertproblems. Der nichtlineare peridynamische Operator ist weder kompakt noch monoton und genügt auch keiner verallgemeinerten Monotoniebedingung. Der Beweis beruht auf einem speziellen GALERKIN-Schema, dem nichtlokalen Charakter des Operators sowie der Struktur von SOBOLEW-SLOBODEZKI-Räumen.
- (V) Mit einer Modifizierung der im Beweis des Resultats (IV) genutzten Argumente wird ein alternativer Beweis zur Existenz einer schwachen Lösung einer Evolutionsgleichung erster Ordnung mit gebrochenem  $p$ -LAPLACE-Operator bewiesen.
- (VI) Die doppelt nichtlineare Evolutionsgleichung zweiter Ordnung mit verschiedenen gebrochenen  $p$ -LAPLACE-Operatoren ist schwach lösbar.
- (VII) Unter Wachstums- und Koerzitivitätsbedingungen an eine im ersten Argument höchstens schwach singuläre paarweise Kraftfunktion existiert eine YOUNG-Maß-wertige Lösung des nichtlinearen peridynamischen Anfangswertproblems.